2019年考研数学二真题解析

一、选择题 1—8小题．每小题4分，共32分．

1．当时，若与是同阶无穷小，则（ ）

（A） （B） （C） （D）

【**答案**】（C）

【**详解**】当时，，所以，所以．

2．曲线的拐点是（ ）

（A） （B） （C） （D）

【**答案**】（D）

【**详解**】，，，；

令得，且，所以是曲线的拐点；

而对于点，由于，而，所以不是曲线的拐点．

3．下列反常积分发散的是 （ ）

（A） （B） (C） （D）

【**答案**】（D）

【**详解**】（1）当时，是关于的一阶无穷小，当然发散；

（2）用定义：，当然发散．

4．已知微分方程的通解为，则依次为（ ）

（A） （B） (C） （D）

【**答案**】（D）

【**详解**】（1）由非齐次线性方程的通解可看出是特征方程的实根，从而确定；

（2）显然，是非齐次方程的特解，代入原方程确定．

5．已知平面区域，记，， ，则 （ ）

（A） （B） （C） （D）

【**答案**】（A）

【详解】（1）显然在区域，此时由结论当时知道，所以；

（2）当时，令，则，；

令得到在唯一驻点，且，也就是在取得极小值，在同时取得在上的最大值，也就有了结论，当时，，也就得到了；

由（1）、（2）可得到．

6．设函数的二阶导函数在处连续，则是两条曲线，在对应的点处相切及曲率相等的 （ ）

**（A）**充分不必要条件 **（B）**充分必要条件 **（C）**必要不充分条件 **（D）**既不充分也不必要条件

【**答案**】（A）

【详解】充分性：（1）当进，由洛必达法则，



也就是两条曲线在对应的点处相切；

（2）

由曲率公式可知两条曲线在对应的点处曲率相等．

必要性不正确的原因在于，虽然相切能得到，但在相切前提下，曲率相等，只能得到，不能确定，当然得不到．

7． 设是四阶矩阵，为其伴随矩阵，若线性方程组的基础解系中只有两个向量，则（ ）

（A） （B） （C） （D）

【**答案**】（A）

【详解】线性方程组基础解系中只有两个向量，也就是，

所以．

8．设是三阶实对称矩阵，是三阶单位矩阵，若，且，则二次型的规范形是 （ ）

**（A）** **（B）** **（C）** **（D）**

【**答案**】（C）

【详解】假设是矩阵的特征值，由条件可得，也就是矩阵特征值只可能是和．而，所以三个特征值只能是，根据惯性定理，二次型的规范型为．

二、填空题（本题共6小题，每小题4分，满分24分. 把答案填在题中横线上）

9． ．

【**答案**】

解： 

10．曲线在对应点处的切线在的截距为 ．

【**答案**】

【**详解**】，所以切线方程为，在的截距为．

11.设函数可导，，则 .

【**答案**】

【**详解**】，．

12．曲线的弧长为 ．

【**答案**】

【**详解**】



13．已知函数，则 ．

【**答案**】．

【**详解**】（1）用定积分的分部积分：



（2）转换为二重积分：



14．已知矩阵，表示元素的代数余子式，则 ．

【**答案**】

【**详解**】．

三、解答题

15．（本题满分10分）已知函数，求，并求函数的极值．

【**详解**】当时，，；

当时，，；

在处，，所以在处不可导．

综合上述：；

令得到．

当时，，当时，，当时，，当时，；

故是函数的极小值点，极小值为；是函数的极大值点，极大值为；

是函数的极小值点，极小值为．

16．（本题满分10分）求不定积分．

【**详解**】



17．（本题满分10分）设函数是微分方程满足条件的特解．

（1）求的表达式；

（2）设平面区域，求绕轴旋转一周所形成的旋转体的体积．

【**详解**】（1）这是一个一阶线性非齐次微分方程．

先求解对应的线性齐次方程的通解：，其中为任意常数；

再用常数变易法求通解，设为其解，代入方程，得，，也就是通解为：

把初始条件代入，得，从而得到

（2）旋转体的体积为．

18．（本题满分10分）设平面区域，计算二重积分．

【**详解**】显然积分区域关于轴对称，由对称性，显然；



19．（本题满分10分）设是正整数，记为曲线求曲线与轴所形成图形的面积，求，并求

【**详解**】先求曲线与轴的交点：令得

当时，；当时，．

由不定积分可得

，

所求面积为．

当为奇数时，



同理：

显然，有．所以．

20．（本题满分11分）已知函数满足关系式．求的值，使得在变换之下，上述等式可化为函数的不含一阶偏导数的等式．

【**详解**】在变换之下

，

，

；

把上述式子代入关系式，得到



根据要求，显然当时，可化为函数的不含一阶偏导数的等式．

21．（本题满分11分）

已知函数在上具有二阶导数，且，，证明：

（1）至少存在一点，使得；

（2）至少存在一点，使得．

证明 （1）令，则，

则由于在连续，则在上可导，且，则由拉格朗日中值定理，至少存在一点，使得，也就是；

对在上用罗尔定理 ，则至少存在一点，使得；

（2）令，则显然，在具有二阶导数，且．

对分别在上用拉格朗日中值定理，

至少存在一点，使得；

至少存在一点，使得；

对在上用拉格朗日中值定理，则至少存在一点，使得，也就是．

22．（本题满分11分）

已知向量组Ⅰ：；

向量组Ⅱ：．若向量组Ⅰ和向量组Ⅱ等价，求常数的值，并将用线性表示．

【**详解**】向量组Ⅰ和向量组Ⅱ等价的充分必要条件是





（1）当时，显然， ，两个向量组等价．

此时，，

方程组的通解为，也就是，其中为任意常数；

（2）当时，继续进行初等行变换如下：



显然，当且时，，

同时，，也就是

，两个向量组等价．

这时，可由线性表示，表示法唯一：．

23．（本题满分11分）已知矩阵与相似．

（1）求之值；（2）求可逆矩阵，使得．

【**详解**】（1）由矩阵相似的必要条件可知：，即，解得．

（2）解方程组得矩阵的三个特征值；

分别求解线性方程组得到分属三个特征值的线性无关的特征向量为：．

令，则可逆，且；

同样的方法，可求得属于矩阵的三个特征值的线性无关的特征向量为：．

令，则可逆，且；

由前面，可知令，就满足．